



A APARENTE VIOLAÇÃO DA LEI DE SNELL NO FENÔMENO DE REFLEXÃO INTERNA TOTAL

Rubens Raimundo de Sousa Oliveira

Universidade Federal de Alagoas – rubenspioix91@hotmail.com.

Josiel Afonso dos Santos

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – josielfisica1995@gmail.com.

Givanaldo Rodrigues Silva

Universidade Federal do Piauí – givanaldo2013@gmail.com.

Resumo: Uma lei da Óptica Geométrica altamente importante para estudar o comportamento da luz ao passar de um meio refringente para outro é a Lei de Snell. O objetivo deste trabalho foi apresentar uma solução plausível para os resultados da lei de Snell aplicada à reflexão interna total. Para a coleta de informações associado ao objetivo, este trabalho utilizou-se uma metodologia fundamentada em pesquisa bibliográfica de natureza qualitativa. Os resultados mostraram que para a lei de Snell ser satisfeita na reflexão interna total para ângulos de incidência maiores que o ângulo crítico é preciso que os ângulos de refração sejam complexos. Com o trabalho elaborado, foi possível investigar que para a lei de Snell ser satisfeita no fenômeno da reflexão interna total para ângulos de incidência maior que o ângulo crítico é preciso considerar ângulos complexos envolvidos no fenômeno.

Palavras chave: Lei de Snell, Reflexão Interna Total.

1. Introdução

Uma lei da Óptica Geométrica altamente importante para estudar o comportamento da luz ao passar de um meio refringente para outro é a Lei de Snell. Essa lei afirma que a luz ao passar de um meio 1 para um meio 2 pode ser refratado em relação a uma linha normal (perpendicular) à interface que separa esses dois meios. Do ponto de vista matemático, a Lei de Snell é dada por,

$$n_1 \text{ sen } \theta_i = n_2 \text{ sen } \theta_r \quad (1.1)$$

onde n_1 é o índice de refração do meio 1, n_2 é o índice de refração do meio 2, θ_i é o ângulo de incidência e θ_r é o ângulo de refração.

A reflexão interna total (RIT) é um fenômeno óptico que ocorre quando uma onda eletromagnética passa de um meio mais refringente (n_1) para um menos refringente (n_2) incidindo a interface formada por esses dois meios com ângulos de incidência maiores do que o ângulo crítico θ_c (ângulo para o qual um feixe de luz sofre 100% de reflexão). Quanto à palavra total, a mesma significa apenas que a reflexão ocorre sem perda de intensidade, ou seja, 100% da energia da luz são refletidos para $\theta_i > \theta_c$ (HALLIDAY; RESNICK; KRANE, 2013). Na Figura 1, é ilustrada a reflexão interna total da luz para os raios f e g que saem de uma fonte pontual S.

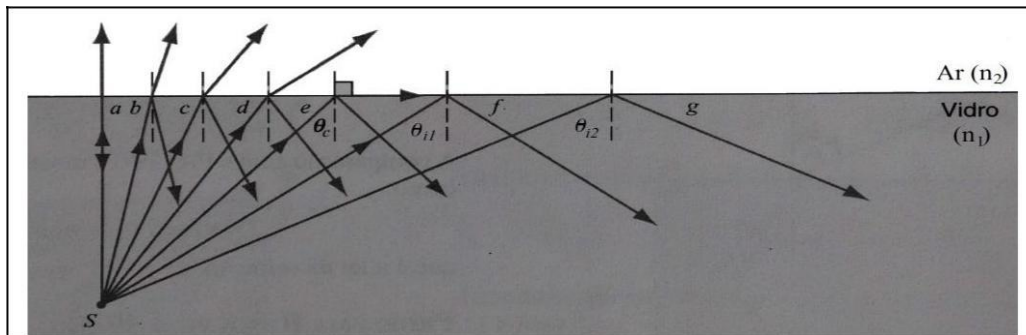


Figura 1. Reflexão interna total para os raios de luz f e g .

 HALLIDAY, RESNICK; KRANE, 2013, p. 384.

Um caso curioso que aparece na reflexão interna total quando se aplica a lei de Snell para ângulos de incidência maiores que o ângulo crítico, é que resulta na existência de ângulos de refração cujos senos são valores maiores que um (NUSSENZVEIG, 1998). Em outras palavras, verifica-se que:

$$\boxed{\text{sen } \theta_r = \left(\frac{n_1}{n_2}\right) \text{sen } \theta_i > 1, \quad n_1 > n_2, \quad \frac{\pi}{2} > \theta_i > \theta_c} \quad (1.2)$$

No caso da Figura 1, temos $n_1 = 1,5$, $n_2 = 1,0$ e o ângulo crítico vale aproximadamente $41,8^\circ$. Substituindo esses dois índices de refração na Eq. (1.2) e considerando que $\theta_{i1} = 50^\circ$ e $\theta_{i2} = 60^\circ$ sejam os ângulos de incidências dos raios f e g da Figura 2, chegaremos aos seguintes resultados para os senos dos ângulos de refração:

$$\boxed{\text{sen } \theta_{r1} = \left(\frac{1,5}{1,0}\right) \text{sen } 50^\circ \cong 1,15} \quad \boxed{\text{sen } \theta_{r2} = \left(\frac{1,5}{1,0}\right) \text{sen } 60^\circ \cong 1,30} \quad (1.3)$$

Do ponto de vista físico, esses dois resultados parecem não ser aceitável, já que a lei de Snell só admite $\text{sen } \theta_r \leq 1$ para θ_r real. Se desejarmos preservar a lei de Snell como uma lei geral da Física, precisamos saber se realmente há uma violação da lei de Snell na reflexão interna total ou é apenas uma aparente violação.

A presente pesquisa foi realizada com o apoio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, e teve como objetivo apresentar uma solução plausível para os resultados da lei de Snell aplicada à reflexão interna total.

2. Procedimentos Metodológicos

Este trabalho utilizou-se uma metodologia fundamentada em pesquisa bibliográfica de natureza qualitativa, e quanto à bibliografia consultada, foram usados exclusivamente livros texto de Física do Ensino Superior.

Para a coleta de informações associado ao objetivo proposto, foi realizado um estudo aprofundado na literatura a respeito da lei de Snell aplicada à reflexão interna total e sobre ângulos cujos senos possuem valores maiores que um. Dessa forma, foi verificada uma solução satisfatória e plausível para os resultados da lei de Snell aplicada à reflexão interna total.



3. Resultados e discussões

Os resultados da pesquisa mostraram que para a lei de Snell ser satisfeita na reflexão interna total para ângulos de incidências maiores que o ângulo crítico é preciso que os ângulos de refração sejam complexos (imaginários) (NUSSENZVEIG, 1998). Do ponto de vista matemático, analisaremos essa condição da seguinte forma: considerando que a função seno seja definida pela seguinte fórmula de Euler

$$\boxed{\operatorname{sen} z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}} \quad (1.4)$$

e que z seja um número complexo ($z = a + ib$), resulta que,

$$\boxed{\begin{aligned} \operatorname{sen} z &= i \cos a \left(\frac{e^b - e^{-b}}{2} \right) + \operatorname{sen} a \left(\frac{e^b + e^{-b}}{2} \right) \\ \operatorname{sen} z &= i \cos a \operatorname{senh} b + \operatorname{sen} a \operatorname{cosh} b \end{aligned}} \quad (1.5)$$

onde $\operatorname{senh} b$ e $\operatorname{cosh} b$ são as funções seno e cosseno hiperbólicos, respectivamente. Como ângulo de refração é um número complexo, exige-se na Eq. (1.5) no mínimo que $b \neq 0$. Através de uma análise da Eq. (1.5), conseguimos obter três importantes resultados que são dados da seguinte forma:

1º Caso: para $a = 0^\circ$ e $b = 1$, resulta da Eq. (1.5) um valor para o seno de:

$$\boxed{\operatorname{sen} z = i \cos 0^\circ \left(\frac{e^1 - e^{-1}}{2} \right) + \operatorname{sen} 0^\circ \left(\frac{e^1 + e^{-1}}{2} \right) \cong 1,16i} \quad (1.6)$$

Supondo que $1,16i > 1$, implica que: $(1,16i)^2 > (1)^2 \rightarrow -1,34 > 1$, o que é absurdo de ser admitido, mas é aceitável para $-1,34 < 1$. Com isso, observa-se que nem sempre o seno de um número complexo (nesse caso um imaginário puro) gera um valor maior que um.

2º Caso: para $a = 0^\circ$ e $b = -1$, resulta da Eq. (1.5) um valor para o seno de:

$$\boxed{\operatorname{sen} z = i \cos 0^\circ \left(\frac{e^{-1} - e^1}{2} \right) + \operatorname{sen} 0^\circ \left(\frac{e^{-1} + e^1}{2} \right) \cong -1,16i} \quad (1.7)$$

Supondo que $-1,16i > 1$, implica que: $(-1,16i)^2 > (1)^2 \rightarrow -1,34 > 1$, o que também é absurdo de ser admitido, mas é aceitável para $-1,34 < 1$. Com isso, observa-se também que nem sempre o seno de um número complexo gera um valor maior que um.

3º Caso: para $a = 90^\circ$ e $b = 1$, resulta da Eq. (1.5) um valor para o seno de:

$$\boxed{\operatorname{sen} z = i \cos 90^\circ \left(\frac{e^1 - e^{-1}}{2} \right) + \operatorname{sen} 90^\circ \left(\frac{e^1 + e^{-1}}{2} \right) \cong 1,54} \quad (1.8)$$



Observa-se que dentre os três casos, esse é o único que gera um resultado com valor maior que um para o seno de um número complexo. É fácil verificar que se adotarmos $b = -1$ nesse caso, resulta em $\text{sen } z \cong 1,54$. Assim, para obtermos um valor maior que um do seno de um número complexo, tem que adotar $a = 90^\circ$ e no mínimo $b = +1$, caso contrário, não resulta em valores maiores que um (NUSSENZVEIG, 1998).

4. Considerações finais

Com o trabalho elaborado, foi possível investigar que para a lei de Snell ser satisfeita no fenômeno da reflexão interna total para ângulos de incidência maior que o ângulo crítico é preciso considerar ângulos complexos envolvidos no fenômeno. Observamos através da manipulação algébrica do seno de um número complexo que nem sempre obtemos valores maiores que um, somente obtemos para uma condição bem restrita, que é para a parte real possuindo um valor de 90° e para a parte imaginária possuindo um valor mínimo de mais ou menos um. Como a lei de Snell pode ser satisfeita tanto para ângulos reais quanto para ângulos complexos, implica que não há nenhuma violação da lei de Snell na reflexão interna total. Assim, a violação é apenas aparente, ou seja, não ocorre na realidade.

5. Referências

- HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; KRANE, Kenneth S. **Física 4**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013. 384 p.
- NUSSENZVEIG; H. Moysés. **Curso de Física Básica: Ótica, Relatividade e Física Quântica**. 1. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1998. v. 4. 437 p.